

Série Arc-en-ciel - Grandeurs et mesures

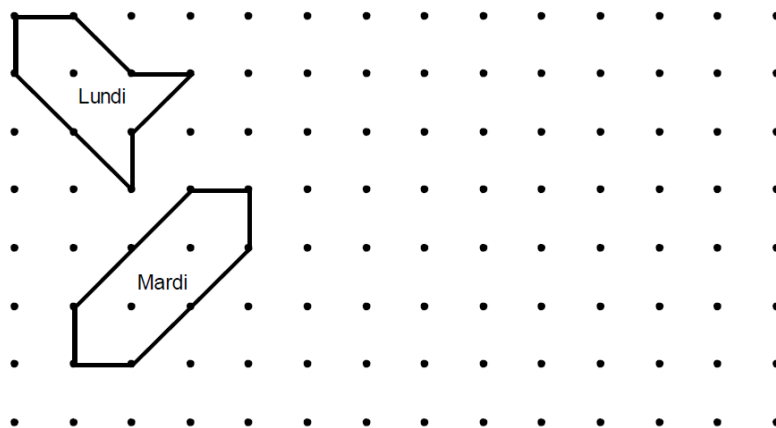
La vache dans le verger

Les arbres du verger du père Michel sont tous bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous : Lundi matin, le père Michel a fait un enclos dans le verger pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Pour délimiter l'enclos, il a relié les troncs de 8 arbres avec 8 barres de bois, 4 longues et 4 courtes.

Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe à l'intérieur de l'enclos, mais elle a encore faim.

Mardi matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les troncs de 8 autres arbres et les 8 mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.

Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.



*Plan du verger du Père Michel
avec le dessin des enclos de lundi et mardi*

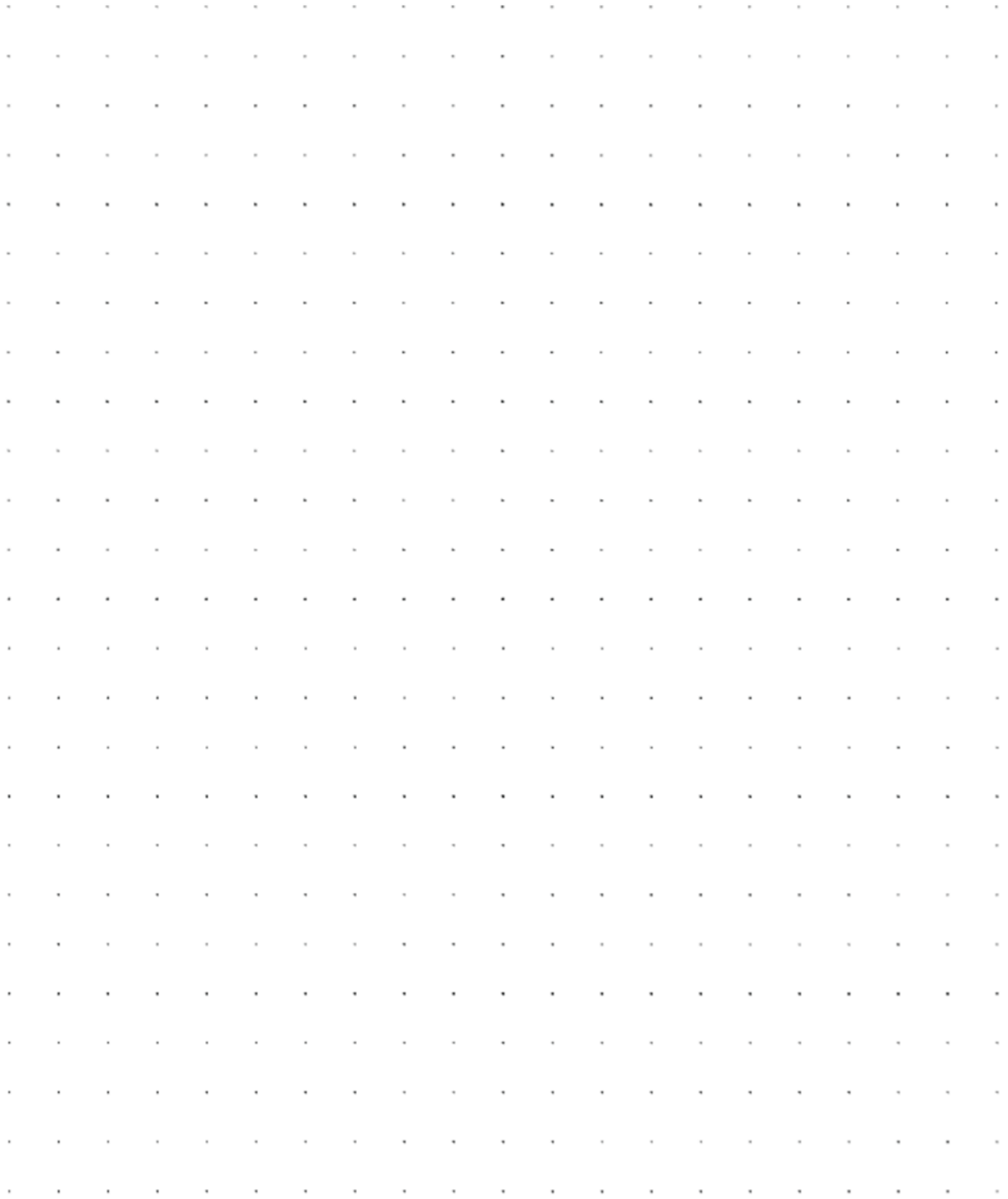
Dessinez un enclos pour mercredi dans lequel il y a plus d'herbe à manger que dans celui de mardi.

Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

Montrez pourquoi dans votre enclos de mercredi il y a plus d'herbe à manger que dans celui de mardi.

Série Arc-en-ciel - Grandeurs et mesures

La vache dans le verger

A large grid of dots for writing, consisting of 20 columns and 25 rows of small black dots on a white background. The grid is framed by a colorful border with segments in red, orange, yellow, green, cyan, blue, purple, and pink.

Solution Série Arc-en-ciel - Grandeurs et mesures

Les élèves doivent réaliser sur un réseau pointé à maille carré une surface polygonale de même périmètre mais d'aire plus grande. Les côtés du polygone doivent être portés par les côtés ou les diagonales des mailles du réseau et exactement 8 points du réseau doivent être placés sur la ligne polygonale.

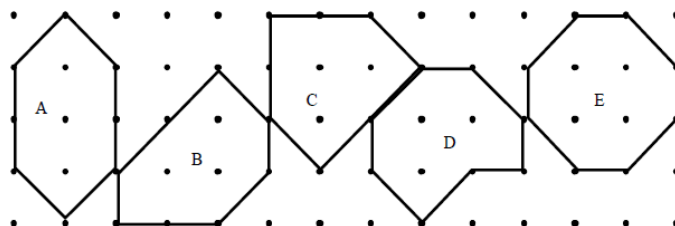
Analyse de la tâche :

- Interpréter le plan du verger : y repérer les arbres, les barres de longueurs différentes et les différents enclos
- - Observer les contours des enclos et reconnaître qu'il y a deux sortes de barres, celles dont la longueur correspond à un « côté » de la maille carrée et celles dont la longueur correspond à une « diagonale ». Constaté que chaque contour d'enclos est composé de quatre barres de chacune des deux sortes.
- - Comprendre que « ce qu'il y a à brouter » dans l'enclos ou « plus d'herbe à manger » se réfère à l'aire de l'enclos, que la forme de l'enclos peut changer mais que le périmètre doit rester le même.
- - Vérifier sur les deux enclos dessinés que le périmètre est le même et comparer leurs aires. Pour cela, trouver que les aires des enclos peuvent s'exprimer en « carrés » et/ou en « triangles » (un triangle est la moitié d'un carré). Par exemple, l'aire du lundi vaut 2 carrés entiers et 4 triangles, celle du mardi de 3 carrés entiers et 4 triangles. L'aire de l'enclos du mardi est effectivement plus grande que celle de l'enclos du lundi.

Stratégies de résolution :

- - Dessiner de façon aléatoire un enclos pour mercredi de forme différente des deux premiers, le retenir si son périmètre est égal à 4 barres longues et 4 courtes. Déterminer son aire et le retenir si elle est supérieure à celle de l'enclos du mardi.
- - Chercher à réaliser un enclos délimité par 4 grandes barres et 4 petites. Procéder ensuite comme précédemment pour l'aire.
- - Chercher à réaliser un enclos en tenant simultanément les deux contraintes sur le périmètre et l'aire : 4 barres longues et 4 courtes et à l'intérieur plus de 3 carrés et 4 triangles ou une surface équivalente à 5 carrés ou 10 triangles.

Quelques solutions pour le mercredi (A, B, C, D, E) :



- Donner une explication montrant qu'il y a un comptage des carrés ou triangles ou nombre de points intérieurs (selon le théorème de Pick, l'aire en carrés vaut le nombre de points intérieurs + la moitié du nombre de points sur la frontière - 1. Les élèves ne peuvent pas le savoir, mais l'intuition « plus il y a d'arbres à l'intérieur, plus grande est l'aire » est à accepter comme explication).